

CLASE 15: EXPRESIONES ALGEBRAICAS FRACCIONARIAS

Adición y Sustracción de Fracciones Algebraicas

Se procede de igual manera que con las fracciones aritméticas, es decir, si los denominadores son iguales se conserva el denominador y se suman (o restan) los numeradores. Si los denominadores son distintos, se debe trabajar con el mínimo común múltiplo. En este último caso se debe estar muy atento a las posibles factorizaciones que se pueden hacer, ya que ello permitirá simplificar el ejercicio.

Veamos algunos ejemplos:

$$1. \frac{2a+3b}{a+b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{3a+2b}{a+b}$$

$$2. \frac{5a-2b}{a-1} - \frac{a+6b}{a-1} = \frac{4a-8b}{a-1}$$

$$3. \frac{2a}{3+a} + 1 - \frac{a+2}{3+a} = \frac{2a+3+a-a-2}{3+a} = \frac{2a+1}{3+a}$$

$$4. \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{bc+ac-ab}{abc}$$

$$5. \frac{a+1}{2} + \frac{2a-1}{6} - \frac{3a-5}{4} = \frac{6a+6+4a-2-9a+15}{12} = \frac{a+19}{12}$$

$$6. \frac{m-2}{2m} + \frac{3m-1}{5m} = \frac{5m-10+6m-2}{10m} = \frac{11m-12}{10m}$$

$$7. \frac{x+6}{8x} - \frac{2x+5}{12x} = \frac{3x+18-4x-10}{24x} = \frac{-x+8}{24x}$$

$$8. \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+5} - \frac{x-1}{x^2+2x-15} = \frac{1(x+5)+2(x-3)-1(x-1)}{(x-3)(x+5)} = \frac{x+5+2x-6-x+1}{(x-3)(x+5)} = \frac{2x}{(x-3)(x+5)}$$

$$9. \frac{x+1}{x-3} - \frac{x}{x+3} - \frac{6(x-1)}{x^2-9} = \frac{x+1}{x-3} - \frac{x}{x+3} - \frac{6(x-1)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x(x-3)-6(x-1)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x^2-3x-6x+6}{(x+3)(x-3)} = \frac{x^2-9x+6}{(x+3)(x-3)}$$

Multipliación y División de Fracciones Algebraicas

El procedimiento es el mismo aprendido con las fracciones aritméticas, o sea, al multiplicar fracciones se debe multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador. Para la división es conveniente utilizar el procedimiento de multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda.

No debemos olvidar, antes de operar, de factorizar y simplificar cuando sea posible.

Ejemplos:

$$1. \frac{x+2}{2x} \cdot \frac{3}{x-1} = \frac{3x+6}{2x^2-2x}$$

$$2. \frac{3x+3}{2x-2} \cdot \frac{4(x-1)}{9} = \frac{3(x+1)}{2(x-1)} \cdot \frac{4(x-1)}{9} = \frac{x+1}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2x+2}{3}$$

$$3. \frac{x}{x+1} : \frac{2x}{x^2-1} = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} = x-1$$

Ecuaciones Fraccionarias

Para resolver las ecuaciones fraccionarias debemos multiplicar toda la expresión por el mínimo común múltiplo de sus denominadores, luego simplificar y luego resolver la ecuación entera resultante

Ejemplo 1 : Resolver $\frac{2x}{x+1} = 2 - \frac{5}{2x}$ / $2x(x+1)$

Multiplicamos toda la ecuación por el mcm $2x(x+1)$
(Generalmente este paso se "salta")

$$\frac{2x}{x+1} \cdot 2x(x+1) = 2 \cdot 2x(x+1) - \frac{5}{2x} \cdot 2x(x+1)$$

Simplificando y resolviendo resulta:

$$\begin{aligned} 4x^2 &= 4x \cdot (x+1) - 5(x+1) \\ 4x^2 &= 4x^2 + 4x - 5x - 5 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Ejemplo 2 : $\frac{3x-1}{2x-3} - \frac{x+9}{4x-6} = 1$

Antes de determinar el mcm se factoriza

$$\begin{aligned} \frac{3x-1}{2x-3} - \frac{x+9}{2(2x-3)} &= 1 \quad / \cdot (2x-3) \\ 2(3x-1) - (x+9) &= 2(2x-3) \\ 6x - 2 - x - 9 &= 4x - 6 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Problemas con Enunciado

1. ¿Cuánto debe añadirse a $\frac{4}{9}$ para obtener la unidad?

$$\begin{aligned} x + \frac{4}{9} &= 1 \quad /9 \\ 9x + 4 &= 9 \\ 9x &= 5 \\ x &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

2. ¿De qué número hay que restar $\frac{21}{4}$ para obtener la sexta parte del número?

$$\begin{aligned} x - \frac{21}{4} &= \frac{x}{6} \quad /12 \\ 12x - 63 &= 2x \\ 10x &= 63 \\ x &= \frac{63}{10} \end{aligned}$$

3. ¿Qué número sumado con sus $\frac{5}{6}$ y con sus $\frac{3}{8}$ es 318?

$$x + \frac{5}{6}x + \frac{3}{8}x = 318$$

4. Una persona invierte los $\frac{3}{4}$ de su dinero y le sobra la tercera parte menos \$100 ¿Cuánto dinero tenía?

$$x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{3}x - 100$$