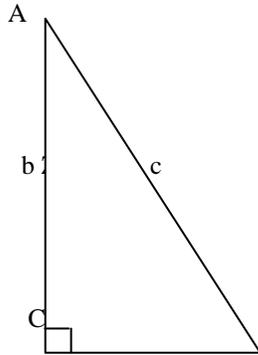


TRIÁNGULO RECTÁNGULO

1. Razones trigonométricas

En matemáticas, el término razón es sinónimo a división o cociente entre dos cantidades. Por lo tanto al referirse a las *razones trigonométricas* nos estamos refiriendo a las relaciones entre los lados de un triángulo.

Más específicamente, tratándose de un triángulo rectángulo, tendremos las siguientes definiciones aplicables a cualquiera de los ángulos A o B. (Ver la figura de referencia)



En todo triángulo rectángulo se cumple que:

1. **El SENO (Sen)** de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto y la hipotenusa.
2. **El COSENO (Cos)** de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente y la hipotenusa.
3. **La TANGENTE (Tg)** de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado opuesto y el lado adyacente.
4. **La COTANGENTE (Ctg)** de cualquier ángulo agudo es la razón entre el lado adyacente y el lado opuesto.
5. **La SECANTE (Sec)** de cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el ángulo adyacente.
6. **La COSECANTE (Csc)** de cualquier ángulo agudo es la razón entre la hipotenusa y el lado opuesto.

2. Funciones trigonométricas.

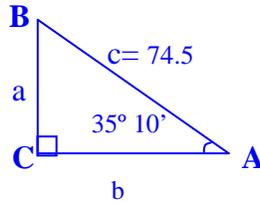
Las seis razones definidas anteriormente se llaman **Funciones Trigonométricas** del ángulo en cuestión. Si nos basamos en la figura de arriba, las funciones trigonométricas quedarían representadas de la siguiente manera.

<i>Con respecto al ángulo A</i>	<i>Con respecto al ángulo B</i>
$Sen A = \frac{a}{c}$	$Sen B = \frac{b}{c}$
$Cos A = \frac{b}{c}$	$Cos B = \frac{a}{c}$
$Tg A = \frac{a}{b}$	$Tg B = \frac{b}{a}$
$Ctg A = \frac{b}{a}$	$Ctg B = \frac{a}{b}$
$Sec A = \frac{c}{b}$	$Sec B = \frac{c}{a}$
$Csc A = \frac{c}{a}$	$Csc B = \frac{c}{b}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1.- Resolver el triángulo rectángulo ABC, si $\angle A = 35^\circ 10'$ y $c = 74.5$

solución:



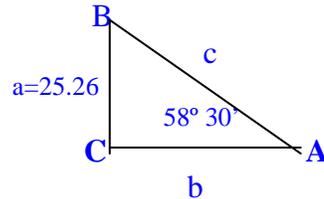
$$\text{Sen } 35^\circ 10' = a / 74.5 \rightarrow a = 74.5 \times .5760 = \underline{42.90}$$

$$\text{Cos } 35^\circ 10' = b / 74.5 \rightarrow b = 74.5 \times .8175 = \underline{60.90}$$

$$\angle B = 89^\circ 60' - 35^\circ 10' = \underline{54^\circ 50'}$$

2.- Resolver el triángulo rectángulo ABC en el cual $a = 25.36$ y $A = 58^\circ 30'$

solución:



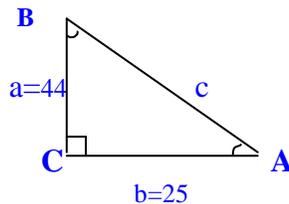
$$\text{Tan } 58^\circ 30' = a / b \rightarrow b = 25.36 / 1.6318 = 15.54$$

$$c^2 = (25.36)^2 + (15.54)^2 = 643.13 + 241.49 = 884.62 \rightarrow c = \underline{29.74}$$

$$\angle B = 89^\circ 60' - 58^\circ 30' = \underline{31^\circ 30'}$$

3.- Resolver el triángulo rectángulo ABC en el cual $a = 44$ y $b = 25$.

Solución:



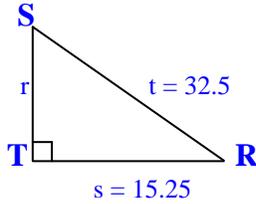
$$\text{Tan } A = a / b \rightarrow \text{Tan } A = 44 / 25 = 1.76 \rightarrow \angle A = \underline{60^\circ 24'}$$

$$\angle B = 89^\circ 60' - 60^\circ 24' = \underline{29^\circ 36'}$$

$$\text{Sen } 60^\circ 24' = 44 / c \rightarrow c = 44 / .8694 = \underline{50.61}$$

4.- Resolver el triángulo rectángulo RST, donde $s = 15.25$ y $t = 32.5$

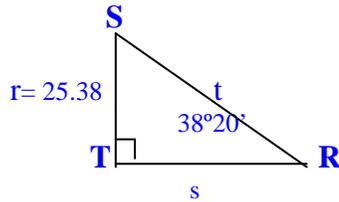
Solución:



$$\begin{aligned} \cos R &= s / t \rightarrow \cos R = 15.25 / 32.5 = .4692 \rightarrow \angle R = \underline{62^\circ 1'} \\ \angle S &= 89^\circ 60' - 62^\circ 1' = \underline{27^\circ 59'}; r = 32.5 \times \cos 27^\circ 59' = 32.5 \times .883 = \underline{28.7} \end{aligned}$$

5.- Resolver el triángulo rectángulo RST si $\angle R = 38^\circ 20'$ y $r = 25.38$

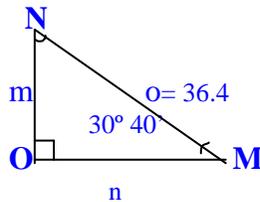
Solución:



$$\begin{aligned} \tan 38^\circ 20' &= r / s \rightarrow .7907 = 25.38 / s \rightarrow s = 25.38 / .7907 = \underline{32.10} \\ \sin 38^\circ 20' &= 25.38 / t \rightarrow t = 25.38 / .6202 \rightarrow t = \underline{40.92} \\ \angle S &= 89^\circ 60' - 38^\circ 20' = \underline{51^\circ 40'} \end{aligned}$$

6.- Resolver el triángulo rectángulo NNO si $\angle M = 30^\circ 40'$ y $o = 36.4$

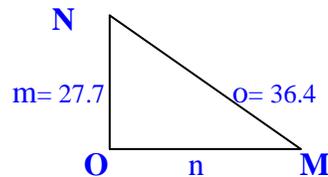
Solución:



$$\begin{aligned} \sin 30^\circ 40' &= m / 36.4 \rightarrow m = 36.4 \times .5100 = \underline{18.57} \\ \cos 30^\circ 40' &= n / 36.4 \rightarrow n = 36.4 \times .8601 = \underline{31.31} \\ \angle N &= 89^\circ 60' - 30^\circ 40' = \underline{59^\circ 20'} \end{aligned}$$

7.- Resolver el triángulo rectángulo NNO si $m = 27.7$ y $o = 36.4$

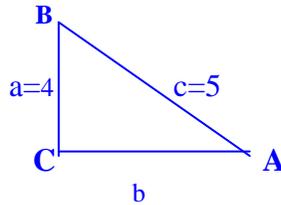
Solución:



$$\begin{aligned} \sin M &= m / o \rightarrow \sin M = 27.7 / 36.4 = .7610 \rightarrow \angle M = \underline{49^\circ 33'} \\ \angle N &= 89^\circ 60' - 49^\circ 33' = \underline{40^\circ 27'} \\ n^2 &= (36.4)^2 - (27.7)^2 = 1324.96 - 767.29 = 557.77 \rightarrow n = \underline{23.62} \end{aligned}$$

8.- Si $\text{Csc } A = 5/4$ calcular $\text{sen } A$ y $\text{Tan } A$

Solución:

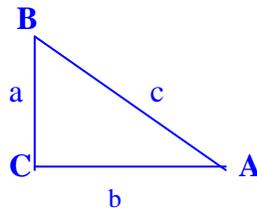


$$\text{Csc } A = 5/4 \rightarrow c = 5 \text{ y } a = 4$$

$$b^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \rightarrow b = 3 \rightarrow \text{Sen } A = 4/5 = 0.8 \text{ y } \text{Tan } A = 4/3 = \underline{1.333}$$

9.- Si $\text{Cos } B = 0.375$ calcular $\text{sen } B$ y $\text{cot } B$

Solución:

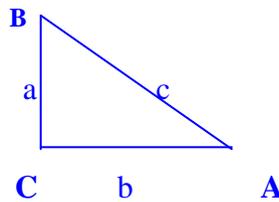


$$\text{Cos } B = 0.375 \rightarrow \angle B = \underline{68^\circ}$$

$$\text{Sen } 68^\circ = 0.9272 \text{ y } \text{Cot } B = \text{Tan } A \rightarrow \text{Tan } 22^\circ = \underline{.4040}$$

10.- $\text{Cot } A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ calcular $\text{Cos } A$ y $\text{Csc } A$

Solución:



$$\text{Cot } A = \sqrt{3}/3 \rightarrow b = \sqrt{3}, a = 3 \rightarrow c^2 = 3 + 9 = 12 \rightarrow c = 3.4641$$

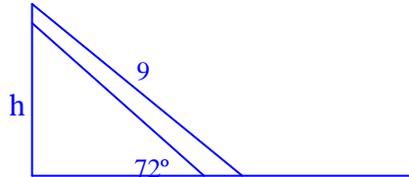
$$\text{Cos } A = \sqrt{3}/3.4641 = \underline{.5000} \text{ y } \text{Csc } A = 1 / \text{Sen } A = 1 / (3/3.4641) = \underline{1.1547}$$

Aplicación de la solución de triángulos rectángulos en la solución de problemas

Las técnicas para la resolución de triángulos rectángulos pueden aplicarse para resolver diversas situaciones cotidianas de medición. En los siguientes ejemplos podrás apreciar algunas de estas aplicaciones.

- 11.- Una escalera de 9 mts. está apoyada contra la pared; qué altura alcanza si forma con el suelo, supuesto horizontal, un ángulo de 72° .

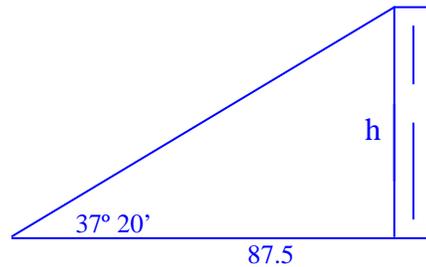
Solución:



$$\text{Sen } 72^\circ = h / 9 \rightarrow h = 9 \times .9511 = \underline{8.56 \text{ mts.}}$$

- 12.- A 87.5 mts. de la base de una torre el ángulo de elevación a su cúspide es de $37^\circ 20'$; calcular la altura de la torre, si la altura del aparato con que se midió el ángulo es de 1.5 mts.

Solución:

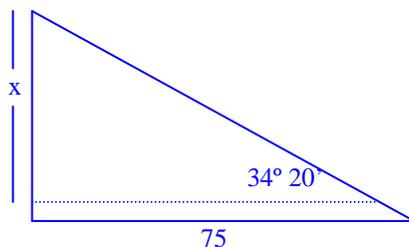


$$\text{Tan } 37^\circ 20' = h / 87.5 \rightarrow h = 87.5 \times .7627 = 66.74$$

$$\text{Altura de la torre} = 66.74 + 1.5 = \underline{68.24 \text{ Mts.}}$$

- 13.- A 75 mts. de la base de una antena el ángulo de elevación a su parte más alta es de $34^\circ 20'$; calcular la altura de esta antena, si la altura del aparato con que se midió el ángulo es de 1.5 mts

Solución:

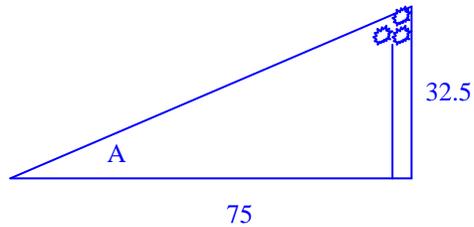


$$\text{Tan } 34^\circ 20' = x / 75 \rightarrow x = 75 \times .6830 = 51.23 \text{ Mts}$$

$$\text{Altura } x + 1.5 = 51.23 + 1.5 = \underline{52.73 \text{ mts.}}$$

14.- Calcular el ángulo de elevación del sol en el momento en que un árbol de 32.5 mts. de altura proyecta una sombra de 75 mts.

Solución:

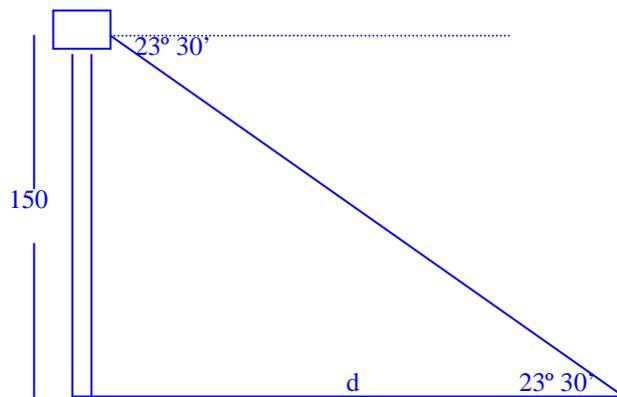


$$\tan A = 32.5 / 75 = 0.4333 \quad \rightarrow \quad A = \tan^{-1} .4333$$

$$\angle A = 23^{\circ} 25'$$

15.- Desde lo alto de un faro de 150 mts. de altura se observa una embarcación a un ángulo de depresión de $23^{\circ}30'$; calcular la distancia del faro a la embarcación.

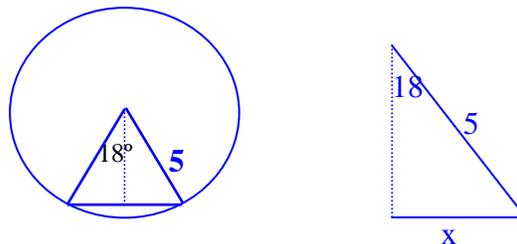
Solución:



$$\tan 23^{\circ} 30' = 150 / d \quad \rightarrow \quad d = 150 / .4348 = \underline{344.99 \text{ Mts}}$$

16.- Se inscribe un decágono regular en una circunferencia de 5 cm. de radio, calcúlese la longitud del lado de dicho polígono.

Solución:



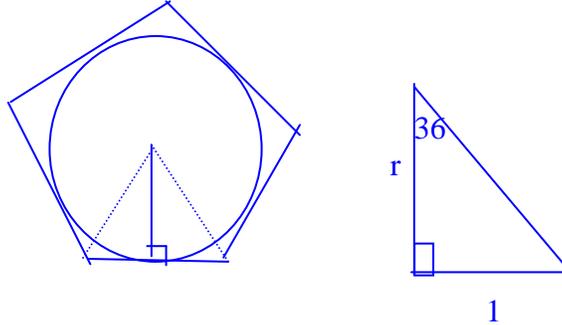
$$\text{Ángulo central} = 360 / 10 = 36^{\circ}$$

$$\text{Sen } 18^{\circ} = x / 5 \quad \rightarrow \quad x = 5 \times .3090 = 1.545$$

$$\text{Lado del polígono} = 1.545 \times 2 = \underline{3.09 \text{ Cm}}$$

17.- ¿Cuál es el radio de una circunferencia inscrita en un pentágono regular de 2 cm. de lado?

Solución:

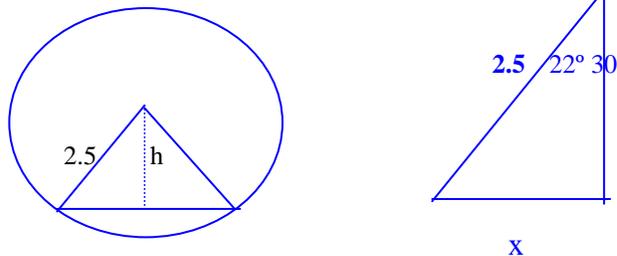


Angulo central = $360 / 5 = 72^\circ \rightarrow$ Angulo agudo del triángulo rectángulo es 36°

$\text{Tan } 36^\circ = 1 / r \rightarrow r = 1 / .7265 = \underline{1.38 \text{ Cm.}}$

18.- Calcular el perímetro y el área de un octágono regular inscrito en una circunferencia cuyo diámetro es de 5 cm.

Solución:



Angulo central = $360^\circ / 8 = 45^\circ \rightarrow$ El ángulo agudo del triángulo rectángulo es $22^\circ 30'$.

$\text{Sen } 22^\circ 30' = x / 2.5 \rightarrow x = 2.5 \times .3826 = .9567$

El lado es $2 \times .9567 = 1.9133$

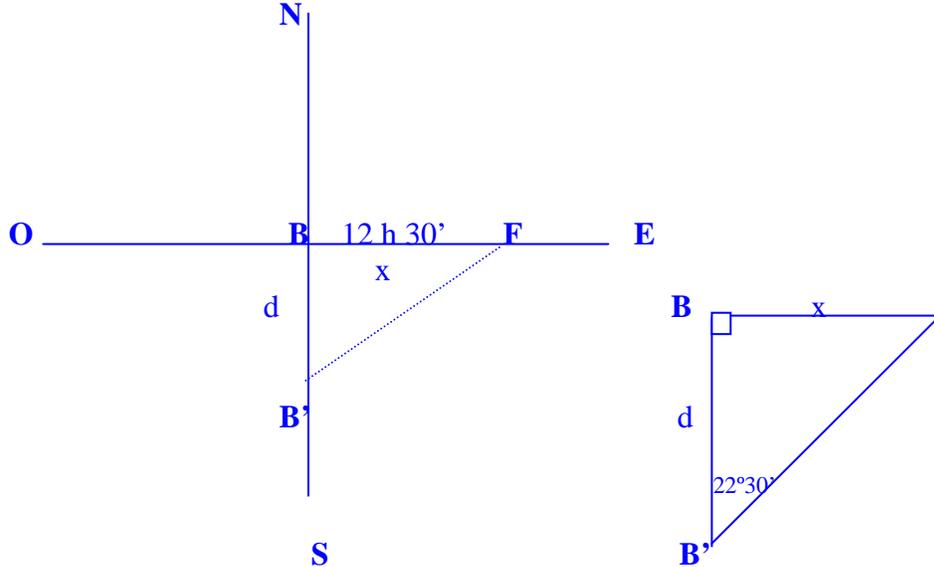
y la altura es $h = 2.5 \times \text{Cos } 22^\circ 30' = 2.5 \times .9239 = 2.31$.

Perímetro es $8 \times \text{lado} = 8 \times 1.9133 = \underline{15.31}$

Area del octágono = Area del triángulo rectángulo $\times 16$
 Area del octágono = $(.9567 \times 2.31) / 2 \times 16 = \underline{17.68 \text{ cm}^2}$.

19. Un buque B está navegando hacia el sur con velocidad de 36 Km/hr. A las 12 horas un faro F se ve hacia el Este y a las 12:30 hrs. se le ve en la dirección norte–noreste. Hallar la distancia del buque al faro en el momento de la primera observación.

Solución:

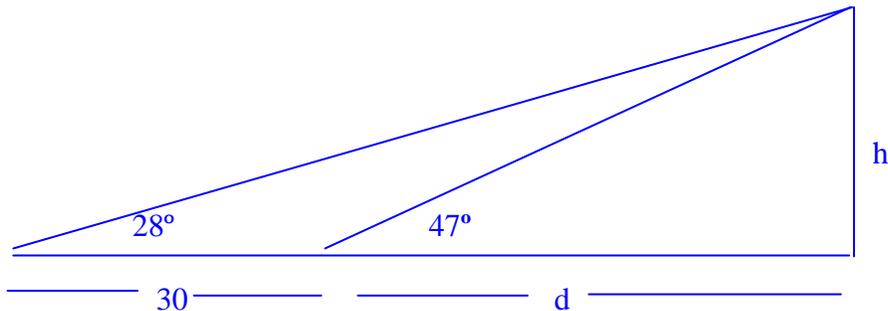


$$d = 36 \text{ km/h} \times .5 \text{ h} = 18 \text{ km}$$

$$\tan 22^\circ 30' = x / 18 \rightarrow 18 \times \tan 22^\circ 30' = 18 \times .4142 = \underline{7.46 \text{ km.}}$$

- 20.- Un buque B está navegando hacia el sur con velocidad de 36 Km/hr. A las 12 horas un faro F se ve hacia el Este y a las 12:30 hrs. se le ve en la dirección norte–noreste. Hallar la distancia del buque al faro en el momento de la primera observación.

Solución:



$$\tan 47^\circ = h / d \rightarrow h = d \times \tan 47^\circ \rightarrow h = 1.0724 \times d \quad (1)$$

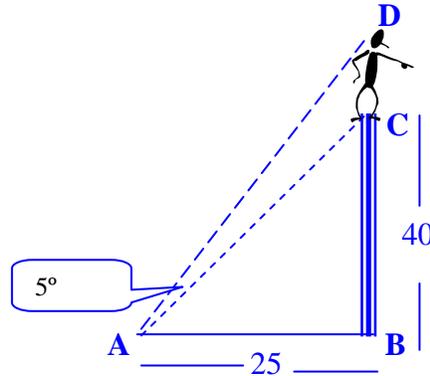
$$\tan 28^\circ = h / (d + 30) \rightarrow h = .5317 d + 15.95 \quad (2)$$

$$\text{Como } h = h \rightarrow 1.0724d = .5317 d + 15.95 \rightarrow .5407 d = 15.95$$

Entonces $d = \underline{29.50 \text{ mts.}}$

21.- La estatua CD está colocada sobre una columna BC de 40 mts. de alto; a una distancia AB de 25 mts. del pie de la columna, la estatua se ve bajo un ángulo de 5° , ¿ cuál es la altura de la estatua ?

Solución:



$$\tan BAC = 40 / 25 = 1.6 \rightarrow \angle A = 58^\circ$$

$$\text{Angulo } BAD = 58^\circ + 5^\circ = 63^\circ$$

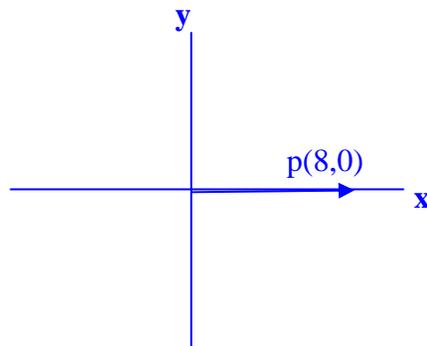
$$\tan 63^\circ = x / 25 \rightarrow x = 1.9626 \times 25 = 49.07 \text{ mts.}$$

$$\text{Altura de la estatua es } x - 40 \rightarrow 49.07 - 40 = \underline{9.07 \text{ mts.}}$$

22.- Calcular las funciones trigonométricas de un ángulo si las coordenadas de un punto de su línea terminal son:

a.- (8,0)

Solución:



$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = 0/8 = \underline{0}$$

$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord} = 8/0 = \underline{\infty}$$

$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = 8/8 = \underline{1}$$

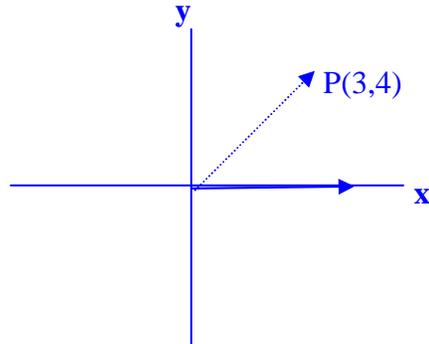
$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = 8/8 = \underline{1}$$

$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = 0/8 = \underline{0}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = 8/0 = \underline{\infty}$$

b.- (3,4)

Solución:



$\text{Dist} = \sqrt{9+16} = 5$ T. de Pitágoras

$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = 4/5 = \underline{.8}$

$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = 3/5 = \underline{.6}$

$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = 4/3 = \underline{1.333}$

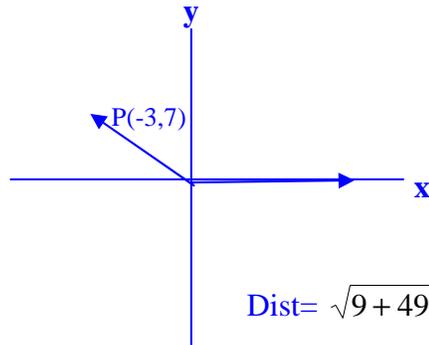
$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = 3/4 = \underline{.75}$

$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = 5/3 = \underline{1.667}$

$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = 5/4 = \underline{1.25}$

c.- (-3,7)

Solución:



$\text{Dist} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58} = 7.6158$

$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = 7/7.62 = \underline{.9186}$

$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = -3/7.62 = \underline{-.3937}$

$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = 7/-3 = \underline{-2.333}$

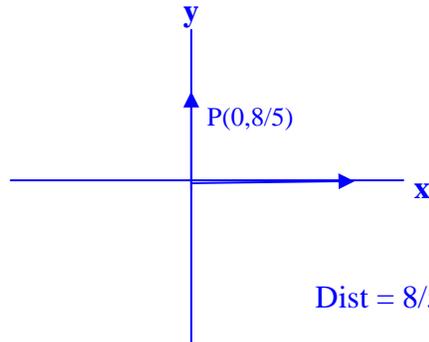
$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = -3/7 = \underline{-.4286}$

$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = 7.62/-3 = \underline{-2.54}$

$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = 7.62/7 = \underline{1.088}$

d.- (0,8/5)

Solución:



$\text{Dist} = 8/5$

$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = (8/5) / (8/5) = \underline{1}$

$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = 0 / 8/5 = \underline{0}$

$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = 8/5 / 0 = \underline{\infty}$

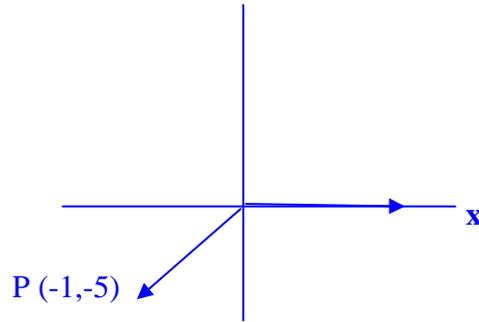
$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = 0 / 8/5 = \underline{0}$

$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = (8/5) / 0 = \underline{\infty}$

$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = (8/5) / (8/5) = \underline{1}$

e.- (-1,-5)

Solución:



$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = -5/5.1 = \underline{-.98}$$

$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = -1/5.1 = \underline{.1961}$$

$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = -5/-1 = \underline{5}$$

$$\text{Dist} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} = 5.10$$

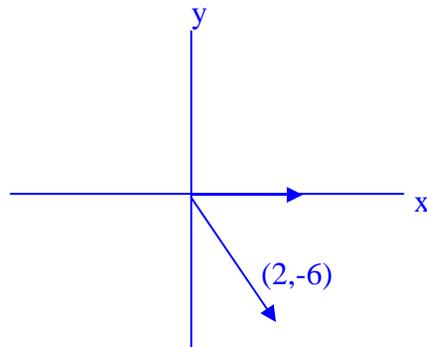
$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = -1/-5 = 1/5 = \underline{.200}$$

$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = 5.10/-1 = \underline{-5.10}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = 5.10/-5 = \underline{-1.020}$$

f.- (2,-6)

Solución:



$$\text{Dist.} = \sqrt{4+36} = 6.32$$

$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = -6/ 6.32 = \underline{-.9494}$$

$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = 2/6.32 = \underline{.3165}$$

$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = -6/2 = \underline{-3}$$

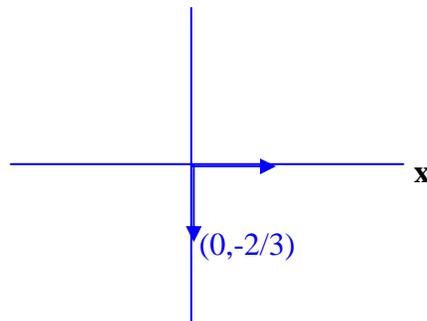
$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = 2/-6 = \underline{-.333}$$

$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = 6.32/2 = \underline{3.16}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = 6.32/-6 = \underline{-1.053}$$

g.- (0,-2/3)

Solución:



$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = -2/3 / 2/3 = \underline{-1}$$

$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = 0 / 2/3 = \underline{0}$$

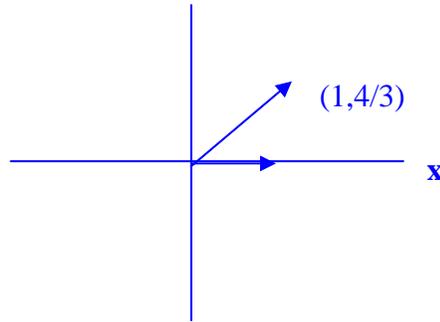
$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = -2/3 / 0 = \underline{-\infty}$$

$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = 0/-2/3 = \underline{0}$$

$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = 2/3 / 0 = \underline{\infty}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = 2/3 / -2/3 = \underline{-1}$$

h.- (1,4/3)

Solución:

$$\text{Dist.} = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = \frac{4/3}{5/3} = \frac{4}{5} = \underline{.8}$$

$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = 1 / \frac{4}{3} = \frac{3}{4} = \underline{.75}$$

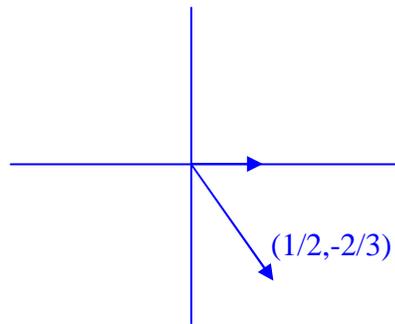
$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = 1 / \frac{5}{3} = \frac{3}{5} = \underline{.6}$$

$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = \frac{5/3}{1} = \underline{1.67}$$

$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = \frac{4/3}{1} = \underline{.75}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = \frac{5/3}{4/3} = \frac{5}{4} = \underline{1.25}$$

i.- (1/2, -2/3)

Solución:

$$\text{Dist.} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = \frac{-2/3}{5/6} = \frac{-4}{5} = \underline{-.8}$$

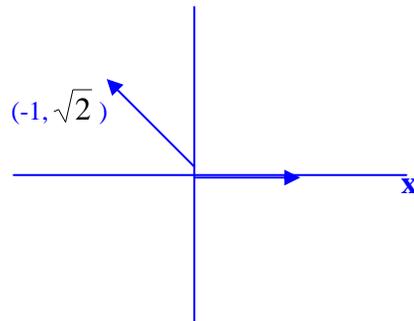
$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = \frac{1/2}{-2/3} = \frac{-3}{4} = \underline{-.75}$$

$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = \frac{1/2}{5/6} = \frac{3}{5} = \underline{.6}$$

$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = \frac{5/3}{1/2} = \underline{1.67}$$

$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = \frac{-2/3}{1/2} = \frac{-4}{3} = \underline{-1.333}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = \frac{5/3}{-2/3} = \frac{-5}{2} = \underline{-1.25}$$

j.- (-1, $\sqrt{2}$)Solución:

$$\text{Dist.} = \sqrt{1+2} = \underline{1.732}$$

$$\text{Sen} = \text{Ord.} / \text{Dist} = \frac{\sqrt{2}}{1.732} = \underline{.8165}$$

$$\text{Cot} = \text{Abs.} / \text{Ord.} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \underline{-.707}$$

$$\text{Cos} = \text{Abs.} / \text{Dist.} = \frac{-1}{1.732} = \underline{-.5774}$$

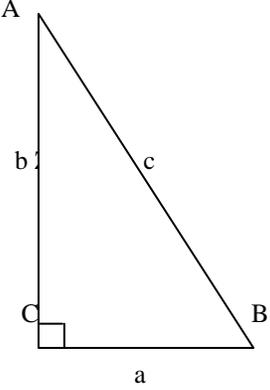
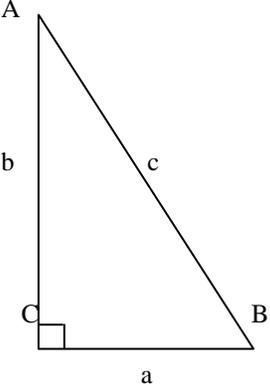
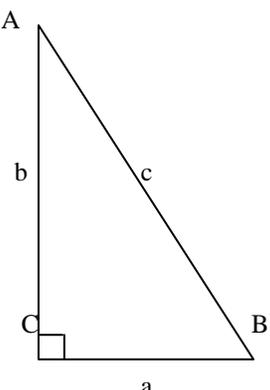
$$\text{Sec} = \text{Dist.} / \text{Abs.} = \frac{1.732}{-1} = \underline{-1.732}$$

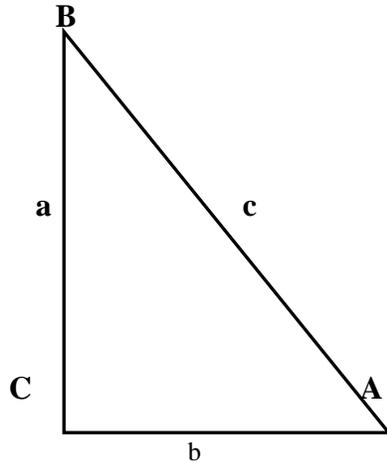
$$\text{Tan} = \text{Ord.} / \text{Abs.} = \frac{\sqrt{2}}{-1} = \underline{-1.414}$$

$$\text{Csc} = \text{Dist.} / \text{Ord.} = \frac{1.732}{\sqrt{2}} = \underline{1.225}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS.

Basándote en la disposición de los elementos de un triángulo de acuerdo con la figura de la izquierda, calcula lo que se te pide.

	<p>Dada $\text{Sec } A = \frac{5}{4}$ calcula: todas las funciones trigonométricas restantes del ángulo A</p> <p style="text-align: center;"> $\text{Sen } A =$ $\text{Ctg } A =$ $\text{Cos } A =$ $\text{Csc } A =$ $\text{Tg } A =$ </p>
	<p>Calcula las funciones trigonométricas restantes si se tienen que $\text{Cos } A = \frac{2}{7}$</p> <p style="text-align: center;"> $\text{Sen } A =$ $\text{Sec } A =$ $\text{Tg } A =$ $\text{Csc } A =$ $\text{Ctg } A =$ </p>
	<p>Calcula las funciones del ángulo B si se tiene que $\text{Tg } A = 5$</p> <p style="text-align: center;"> $\text{Sen } B =$ $\text{Sec } B =$ $\text{Cos } B =$ $\text{Csc } B =$ $\text{Ctg } B =$ </p>



Los siguientes ejercicios tiene por finalidad que practiques la aplicación de las reglas de cálculo de elementos en el triángulo rectángulo. No olvides que para el mejor aprovechamiento de esta práctica, tienes que dominar las definiciones de las funciones trigonométricas.

Las letras utilizadas en cada ejercicio, corresponden a la posición propuesta en la figura de la derecha.

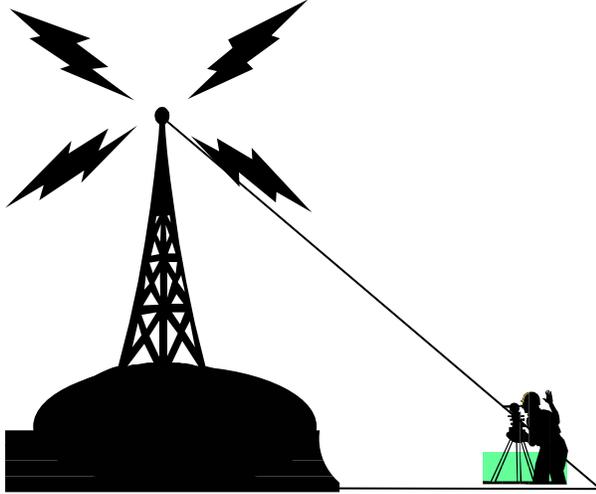
I. Resuelve cada uno de los siguientes triángulos rectángulos.

- 1.- Dado $A = 15^\circ$, $c = 7$
- 2.- Dado $B = 67^\circ$, $a = 5$
- 3.- Dado $B = 50^\circ$, $b = 20$
- 4.- Dado $a = .35$, $c = .62$
- 5.- Dado $a = 273$, $b = 418$
- 6.- Dado $A = 38^\circ$, $a = 8.09$
- 7.- Dado $B = 75^\circ$, $c = .014$
- 8.- Dado $b = 58.6$, $c = 76.3$
- 9.- Dado $A = 9^\circ$, $b = 937$
- 10.- Dado $a = 3.414$, $b = 2,875$
- 11.- Dado $A = 84^\circ 16'$, $a = .00335$
- 12.- Dado $A = 46^\circ 23'$, $c = 5287.6$
- 13.- Dado $a = 529.3$, $c = 902,7$
- 14.- Dado $B = 23^\circ 9'$, $b = 75.48$
- 15.- Dado $A = 72^\circ 52'$, $b = 6306$
- 16.- Dado $B = 18^\circ 38'$, $c = 2.5432$
- 17.- Dado $a = .0001689$, $b = .0004761$
- 18.- Dado $A = 31^\circ 45'$, $a = 48.0408$
- 19.- Dado $b = 617.57$, $c = 729.59$
- 20.- Dado $B = 82^\circ 6' 18''$, $a = 89.32$
- 21.- Dado $A = 55^\circ 43' 29''$, $c = 41518$
- 22.- Dado $B = 31^\circ 47' 7''$, $a = 7.23246$
- 23.- Dado $a = 99.464$, $c = 156.819$
- 24.- Dado $A = 43^\circ 21' 36''$, $b = .00261751$
- 25.- Dado $B = 79^\circ 14' 31''$, $b = 84218.5$
- 26.- Dado $B = 67^\circ 39' 53''$, $c = 9537514$
- 27.- Dado $b = 5789.72$, $c = 24916.45$
- 28.- Dado $A = 26^\circ 12' 24''$, $c = 4696422.7$
- 29.- Dado $B = 14^\circ 55' 42''$, $b = .1353371$
- 30.- Dado $a = 672.3853$, $b = 384.5038$

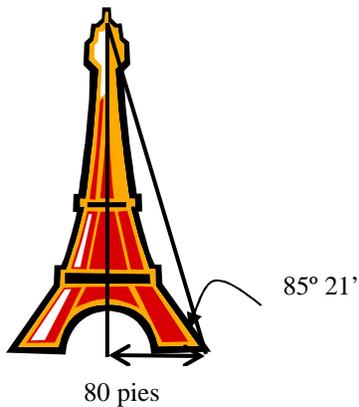
RESPUESTAS

- 1.- $a = 1.8117$ $b = 6.7615$
- 2.- $b = 11.7793$ $c = 12.7965$
- 3.- $a = 16.782$ $c = 26.1081$
- 4.- $A = 34^\circ 22' 7''$ $b = .511764$
- 5.- $A = 33^\circ 8' 56''$ $c = 499.252$
- 6.- $b = 10.3547$ $c = 13.1404$
- 7.- $a = .003624$ $b = .013523$
- 8.- $A = 39^\circ 49' 25''$ $a = 48.8645$
- 9.- $a = 148.407$ $c = 948.2680$
- 10.- $A = 49^\circ 53' 55''$ $c = 4.466330$
- 11.- $b = .000336374$ $c = .00336715$
- 12.- $a = 3821.55$ $b = 3641.34$
- 13.- $A = 35^\circ 53' 55''$ $b = 731.237$
- 14.- $a = 176.533$ $c = 191.993$
- 15.- $a = 20455.6$ $c = 21405$
- 16.- $a = 2.40898$ $b = .812578$
- 17.- $A = 19^\circ 31' 57''$ $c = 000505172$
- 18.- $b = 77.6330$ $c = 91.2952$
- 19.- $A = 32^\circ 10' 16''$ $c = 388.47$
- 20.- $b = 644.109$ $c = 650.272$
- 21.- $a = 34308$ $b = 223381.6$
- 22.- $b = 4.48174$ $c = 8.5085$
- 23.- $A = 39^\circ 21' 54''$ $b = 121.240$
- 24.- $a = .00247181$ $c = .00360016$
- 25.- $a = 16001.6$ $c = 85725.1$
- 26.- $a = 3624500$ $b = 8821960$
- 27.- $A = 76^\circ 33' 49''$ $a = 24234.4$
- 28.- $a = 207302$ $b = 421170$
- 29.- $a = .507624$ $c = .525355$
- 30.- $A = 60^\circ 14' 13''$ $c = 774.563$

II. Resuelve cada uno de los siguientes problemas.



1. Para determinar la altura de una torre transmisora que se encuentra sobre un cerrito, un topógrafo se sitúa a 300 metros de la torre sobre el suelo nivelado. Si el topógrafo mide que el ángulo de elevación a la cúspide de la torre es de 40° , y si la elevación del montículo de tierra es de dos metros con respecto al suelo nivelado. ¿qué tan alta es la torre?



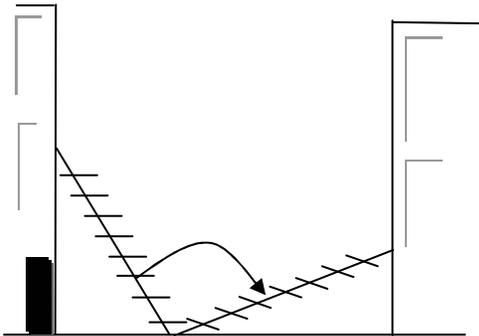
2. La torre Eiffel, símbolo de la ciudad de París fue terminada el 31 de marzo de 1889; era la torre más alta hasta que inició la era de las torres de televisión. Encuentra la altura de la torre Eiffel, (sin contar la antena de televisión que está en su cúspide) usando la información proporcionada en la figura de la izquierda.



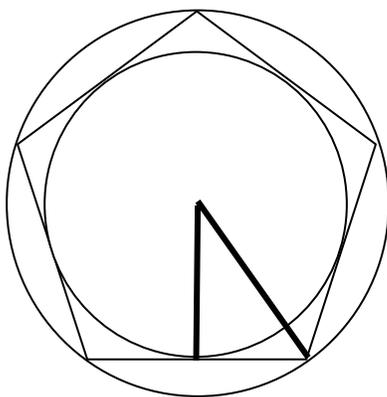
3. Sobre la azotea de una iglesia se encuentra una cruz monumental como se muestra en la figura. Se hacen dos observaciones desde el nivel de la calle y a 30 pies desde el centro del edificio. El ángulo de elevación hasta la base de la cruz es de 45° y el ángulo medido hasta el extremo de la cruz es de 47.2° ¿cuánto mide la cruz?



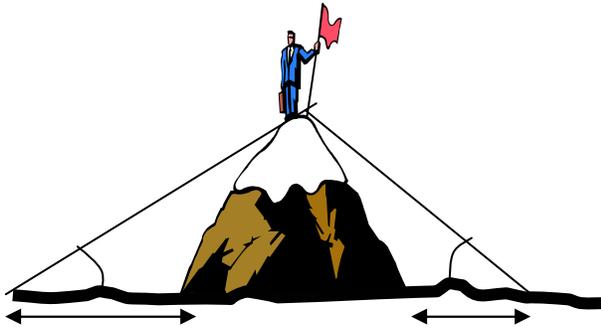
4. Un faro de 117 pies de altura se encuentra sobre una colina de 245 pies .Calcula cuál es la máxima distancia del horizonte visible desde este faro. *Considera la Tierra como un círculo.* NOTA: El radio de la Tierra es de 3960 millas aprox.



5. Una escalera de doce metros de longitud puede colocarse de tal manera que alcance una ventana de diez metros de altura de un lado de la calle y, haciendo girar la escalera sin mover su base, puede alcanzar una ventana que está a seis metros de altura en el otro lado de la calle. Halla el ancho de la calle.



6. Calcula cuánto mide el radio del círculo inscrito y el del círculo circunscrito en el pentágono regular cuyos lados miden 25 cm. Cada uno.



7. Para una nueva carretera debe excavarse un túnel bajo una montaña que tiene 260 pies de altura. A una distancia de 200 pies de la base de la montaña, el ángulo de elevación es de 36° . A una distancia de 150 pies y del otro lado de la montaña, el ángulo de elevación es de 47° . Calcula la longitud del túnel.

- 8.- El pie de una escalera de cinco metros de largo dista 1.9 metros de una pared vertical en la cual se apoya; halla el ángulo formado por ambas. **$A = 22^\circ 21' 1''$**
- 9.- ¿Cuál es la altura del sol sobre el horizonte en el momento en que la longitud de la sombra de una varilla vertical sea el doble de la longitud de la varilla? **$A = 26^\circ 33' 54''$**
- 10.- La escalera de un carro de bomberos puede extenderse hasta una longitud máxima de 24m. Cuando se levanta un ángulo de 65° . Si la base de la escalera está a dos metros sobre el suelo, ¿qué altura sobre éste puede alcanzar la escalera? **$h = 23.751$**
- 11.- Desde el extremo de una torre de 42m. de altura, el ángulo de depresión al extremo de otra es de $21^\circ 50'$. Si entre ambas torres hay una distancia de 72 m, calcula la altura de la segunda torre. **$h = 13.1535 \text{ m}$**
- 12.- Desde la cúspide de un faro de 52m. de altura se observa que los ángulos de depresión a dos botes alineados con él son de $16^\circ 10'$ y 35° respectivamente. Encuentra la distancia entre los botes. **$d = 105.1109 \text{ m}$**
- 13.- A una distancia de 105 pies de la base de una torre, se observa que el ángulo de elevación a su cúspide es de $38^\circ 25'$. Halla su altura. **$h = 83.1717$**
- 14.- ¿Cuál es el ángulo de elevación del sol cuando una torre de 103.74 pies de alto, proyecta una sombra de 167.38 pies de largo? **$A = 31^\circ 47' 24''$**
- 15.- Si el diámetro de La Tierra es de 7,912 millas, ¿cuál es el punto de su superficie más lejanamente visible desde la cima de una montaña de 1.25 millas de alto? **$D = 99.4665 \text{ mill}$**
- 16.- Halla el ángulo de elevación de la ladera de una montaña que en una distancia horizontal de un octavo de milla alcanza una elevación de 238 pies.
(Una milla terrestre tiene 5,280 pies, y una marina: 6,080.20 pies.) **$A = 19^\circ 49' 47''$**
- 17.- Calcula el perímetro de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 18 cms. **$P = 108 \text{ cm}$**

- 18.- Calcula el área de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 12 cms.
A = 374.123
- 19.- Halla la longitud de la diagonal de un pentágono regular cuyos lados miden 6.3257.
D = 10.235
- 20.- La longitud del lado de un octágono regular es 12 cm. Halla los radios de los círculos inscrito y circunscrito a él.
Circunscrito: 15.679.
Inscrito: 14.485
- 21.- Si la diagonal de un pentágono regular es 32.835, ¿cuál es el radio de círculo circunscrito a él?
R = 17.2624
- 22.- Halla la longitud del lado de un hexágono regular circunscrito en un círculo cuyo diámetro es 18 cm.
L = 10.3923
- 23.- El diámetro de un círculo es 32,689; halla la medida del ángulo central, siendo la cuerda del arco que abraza a sus lados 10,273.
A = 36° 37' 58"
- 24.- Si una cuerda cuya longitud es de 41.368 subtiende un arco de 145° 37', ¿cuál es el radio del círculo?
R = 21.649
- 25.- Si el radio de un círculo es 723.294, ¿cuál es la longitud de la cuerda de un arco que tiene por medida 35° 13'?'
C = 437.6052
- 26.- Calcula el área de un terreno en forma de triángulo isósceles cuya altura es de 24 cms. y los ángulos en la base miden 32° 20'.
A = 909.9694
- 27.- La diagonal mayor de un paralelogramo mide 75 cms, uno de sus lados mide 48 cms. Ambas líneas forman un ángulo de 24° 45'. Calcula el área del paralelogramo.
A = 965.315cm²
- 28.- ¿Cuánto mide la diagonal de un cuadrado de cinco metros de lado?
D = 7.071068 cm
- 29.- Si el lado de un hexágono regular mide 16, calcula cuánto mide su apotema.
A = 13.85640646
- 30.- Una embarcación navega hacia el Este con una velocidad de 7.8 millas por hora. Se observa un faro exactamente al Norte a las 10:37 A.M. y a 33° al Noroeste a las 12:43 P.M. Halla la distancia del faro a cada uno de los dos puntos de observación.
D₁ = 25.22millas D₂ = 30.075 millas
- 31.- Una embarcación navega hacia el Este a velocidad constante. A las 7:00 A.M. se observa un faro a 10.326 millas al norte. A las 7:30 A.M. el faro está a 18° al Noroeste. Halla la velocidad de navegación y el rumbo al que estará el faro a las diez de la mañana.
V = 6.71 mill/h N – 62° 50' 40" – O

32.- La tubería para un surtidor pasa bajo una casa rectangular, de la esquina Noreste hasta un punto situado a cuatro metros al sur de la esquina Noroeste. Las paredes que tienen dirección Este – Oeste, tienen 15 metros de largo. Se desea saber la longitud de tubería enterrada bajo la casa y el ángulo que forma con la pared Oeste.

$$L = 15.52 \text{ m} \quad \alpha = 75^\circ 4' 6''$$

33.- La torre del guardabosques tiene una altura de 90 metros. Desde ahí se percata de dos incendios; el primero se localiza en dirección Oeste, con un ángulo de depresión de 34.6° y el otro, hacia el Este con un ángulo de depresión de 58.3° . ¿Qué distancia lineal hay entre los dos incendios?

$$D = 186.06 \text{ m}$$

34.- Un observador advierte que desde cierta posición, el ángulo de elevación al extremo de un edificio es de $25^\circ 10'$; camina 50 metros hacia él y entonces el ángulo es de 52° ¿Qué distancia le falta para llegar al pie del edificio y cuál es la altura del mismo?

$$D = 29 \text{ m} \quad h = 37.1185 \text{ m}$$

35.- Una planta acuática de tallo vertical está a dos metros de la orilla y sobresale 80 cms. del agua. Cuando el viento la inclina, su extremo toca justamente la orilla; suponiendo que el tallo permanece recto, calcula la altura de la planta.

$$h = 290 \text{ cm}$$

36.- Un asta – bandera de doce metros de longitud está en lo alto de una torre. Desde un punto A cercano a ésta los ángulos de elevación al pie y al tope del asta son de 21° y 39° , respectivamente. Calcula la distancia de A a la torre y la altura de ésta.

$$A = 28.17 \text{ m} \quad h = 10.815 \text{ m}$$

37.- Un estadio de fútbol se planea con un ángulo ascendente en las gradas de $18^\circ 20'$ con respecto de la horizontal. Si cada 0.76 metros, medidos horizontalmente, puede haber una fila de asientos, ¿qué altura debe tener el estadio si se quieren colocar 24 filas de asientos?

$$h = 6.044 \text{ metros}$$

38.- Una playa tiene un ángulo de elevación uniforme de $13^\circ 10'$. La diferencia de mareas entre la marea alta y la baja es de 1.90 metros, ¿qué distancia se extiende el agua sobre la playa entre las dos mareas?

$$d = 7.2622 \text{ m}$$

39.- Calcula las funciones trigonométricas del ángulo cuyo lado terminal pasa por el punto $P(-3,4)$

40.- Calcula las funciones trigonométricas restantes, si el coseno de un ángulo es $-4/5$

41.- Calcula todas las funciones trigonométricas de un ángulo cuyo lado terminal está en el tercer cuadrante, y las coordenadas de un punto de su línea terminal son $P(-4, -8)$

42.- Un punto de la línea terminal, está en el segundo cuadrante a 13 unidades del origen; si su ordenada es 5, calcula todas las funciones trigonométricas de ese ángulo.

43.- Halla los valores de las demás funciones trigonométricas en cada uno de los ejemplos siguientes:

a) $\sec A = 5/4$

b) $\operatorname{Ctg} A = -12/5$

c) $\operatorname{Sen} A = 15/17$

d) $\operatorname{Cos} A = -21/29$

e) $\operatorname{Csc} A = 3$

f) $\operatorname{Tg} A = 9/40$

g) $\operatorname{Sec} A = -7/2$

h) $\operatorname{Sen} A = -1/5$

i) $\operatorname{Tg} A = -7$

.....