Definiciones "Relaciones"

DEF 1: "a relacionado con b por R"; aRb, $(a, b) \in R$

DEF 2: $\boldsymbol{pr_1R} = \{x : (x, y) \in R\} = A \rightarrow$ ***preimágen***

$\boldsymbol{pr_2R} = \{y : (x, y) \in R\} = B \rightarrow$ ***imágen***

DEF 3 : $R^{-1} = \{(x, y) : (y, x) \in R\} \rightarrow$ ***relación inversa***

DEF 4 : $R(P) = \left\{y \in pr_2R : \exists\, x \in P \text{ tal que } (x, y) \in R\right\} \rightarrow$ ***imágen de P por la relación R***

$R^{-1}(Q) = \left\{x \in pr_1R : (x, y) \in R, \forall\, y \in Q\right\} \rightarrow$ ***imágen inversa de Q por la relación R***

DEF 5 :

$(x, z) \in S \text{ o } R \Leftrightarrow \exists\, y \text{ tal que } (x, y) \in R \wedge (y, z) \in S$

$\boldsymbol{S \text{ o } R} = \{(x, z) : \exists\, y \in B \text{ tal que } (x, y) \in R \wedge (y, z) \in S\} \rightarrow$ ***relación compuesta de R y S***

Sea $\boldsymbol{R \subseteq A \times A}$.

DEF 6 : *R es reflexiva* $\Leftrightarrow \forall\, x \in A, xRx$

DEF 7 : *R es simétrica* $\Leftrightarrow \forall\, x \in A, \forall\, y \in A;\ (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$

DEF 8 : *R es asimétrica* $\Leftrightarrow \forall\, x \in A, \forall\, y \in A;\ (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R$

DEF 9 : *R es antisimétrica* $\Leftrightarrow \forall\, x \in A, \forall\, y \in A;\ (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y$

DEF 10 : *R es transitiva* $\Leftrightarrow \forall\, x \in A, \forall\, y \in A, \forall\, z \in A;\ (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$

DEF 11 : "∽" es una relación de equivalencia *si es a la vez reflexiva, simétrica y transitiva.*

Reflexiva: $a \sim a, \forall a \in A$

Simétrica: $a \sim b \Rightarrow b \sim a$

Transitiva: $a \sim b \wedge b \sim c \Rightarrow a \sim c$

"∽" es una relación cualquiera.

DEF 12: *Para cada* $x \in A$, *llamaremos* ***clase de equivalencia de x*** *al conjunto formado por todos los elementos de A que estan relacionados con* ***x***.

$C_x = \{y \in A : x \sim y\}$

DEF 13: *Llamaremos* ***conjunto cuociente de A por*** $\boldsymbol{\sim}$, *al conjunto de todas las clases de equivalencias.*

$A/\sim\ = \{C_x : x \in A\}$

DEF 14: *Sea* ***p*** *un número entero positivo. Dados* $\boldsymbol{x, y} \in \mathbb{Z}$, *diremos que son* ***congruentes módulo p*** *si y solo si* $x \sim y$ *es un multiplo de* ***p.*** *Si esto ocurre, escribiremos:*

$\boldsymbol{x \equiv y (\mathbf{mod}\, p)}$

Es decir, $x \equiv y(\mathbf{mod}\, p) \Leftrightarrow \exists\, \alpha \in \mathbb{Z} \text{ tal que } x \sim y = \alpha p$